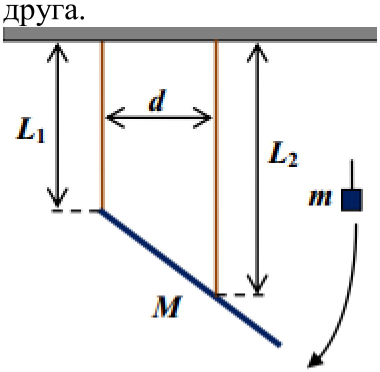
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2021-2022 года, вопросы по физике.

Ответы, решения и критерии оценивания (10 и 11 классы)

Вариант 4

1. Недеформируемый тонкий прямой стержень массой M = 1,5 кг подвешен к недеформируемому горизонтальному потолку на двух отрезках легкой практически нерастяжимой нити (см. рисунок). Длина стержня L = 80 см, длины нитей L_1 = 60 см и L_2 = 90 см. В состоянии равновесия обе нити вертикальны и находятся на расстоянии d = 40 см друг от друга.



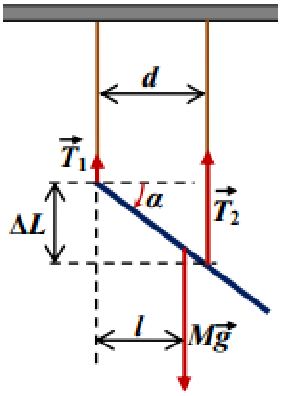
1.1. Найдите отношение величин малых деформаций нитей ΔL_2:ΔL_1. Ответ запишите с точностью до целого значения.

К нижнему концу стержню на еще одном небольшом отрезке той же нити подвесили маленький груз.

1.2. Во сколько раз увеличилась величина деформации нити 2 при массе груза m = 300 г (по сравнению с ее деформацией в отсутствие груза)? Ответ запишите с точностью до десятых.

1.3. Во сколько раз увеличится величина деформации нити 2, если взять более тяжелый груз, с массой m' = 600 г (по сравнению с ее деформацией в отсутствие груза)? Ответ запишите с точностью до сотых.

Возможное решение: В первую очередь изучим геометрию системы: можно отметить, что угол наклона стержня к горизонтали при обеих натянутых нитях определяется соотношением $\mathrm{tg}(\alpha)=\dfrac{L_2-L_1}{d}=\dfrac{3}{4}$. Далее удобно записать правило моментов относительно верхнего конца стержня (точки подвеса верхней нити): $T_2\cdot d-Mg\cdot l=0\Rightarrow T_2=\dfrac{l}{d}Mg$. С учетом того, что плечо силы тяжести $l=\dfrac{L}{2}\cos(\alpha)=\dfrac{2}{5}L=32\,\text{см}$, получаем $T_2=\dfrac{4}{5}Mg$. Условие равновесия сил $T_1+T_2=Mg$ позволяет найти и другую силу натяжения:



$T_1=\dfrac{1}{5}Mg$. Следовательно, $\dfrac{T_2}{T_1}=4$. Каждая из сил натяжения пропорциональна удлинению нити, а коэффициент жесткости обратно пропорционален длине нити (см. вопрос). Значит, $\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{k_2\Delta L_2}{k_1\Delta L_1}=\dfrac{L_1\Delta L_2}{L_2\Delta L_1}\Rightarrow\dfrac{\Delta L_2}{\Delta L_1}=\dfrac{L_2}{L_1}\dfrac{T_2}{T_1}=6$.

При подвешивании груза к силам, действующим на стержень, добавляется приложенная к его нижнему концу сила, равная силе тяжести этого груза. Так что теперь правило моментов приведет к новому результату: $T_2\cdot d-Mg\cdot l-mg\cdot 2l=0\Rightarrow T_2=\dfrac{l}{d}(M+2m)g=\dfrac{4}{5}(M+2m)g$.

Важно понимать, что нам необходимо проверить, действительно ли после подвешивания груза обе нити остались натянутыми – ведь мы использовали такое предположение в решении. Для это нужно найти и T_1: как видно, эта сила остается положительной

$T_1 = (M+m)g - \frac{4}{5}(M+2m)g = \frac{1}{5}(M-3m)g > 0$, то есть первая нить остается натянутой. Следовательно, сила натяжения нити 2 увеличилась из-за подвешивания груза в $\frac{M+2m}{M} = 1{,}4$ раза. Ясно, что во столько же раз увеличилась и ее деформация.

В случае более тяжелого груза, повторив такие же вычисления, мы бы обнаружили, что $T_1 = \frac{1}{5}(M-3m')g < 0$! Это означает, что на самом деле первая нить провисает, и предыдущее решение (в котором мы предполагали, что обе нити натянуты) становится неверным. Надо произвести расчет заново, понимая, что теперь стержень с грузом висят только на одной второй нити (первая висит свободно). Поэтому теперь $T_2 = (M+m')g$, и сила натяжения нити 2 (и вместе с ней деформация этой нити) по сравнению со случаем, когда груза не было, возросла в $\frac{5}{4}\frac{M+m'}{M} = 1{,}75$ раза.

ОТВЕТЫ: 1.1. **6**. 1.2. **1,4**. 1.3. **1,75**.

2. Постоянное количество одноатомного идеального газа нагревают несколько раз. Каждый раз нагревание состоит из двух последовательных процессов – изохоры и изобары. Каждый раз отношение конечного давления к начальному – это одно и то же число, а отношение конечной абсолютной температуры к начальной $n \equiv \frac{T_к}{T_н}$ принимает различные значения. Известно, что при $n_1 = 1{,}6$ газу в процессе нагревания было передано количество теплоты $Q_1 \approx 5{,}2$ кДж, а при $n_2 = 1{,}8$ – количество теплоты $Q_2 \approx 7{,}8$ кДж.

2.1. Какое количество теплоты Q_3 получил газ в процессе нагревания, в котором $n_3 = 2{,}2$? Ответ дайте в кДж, с точностью до целого значения.

2.2. Пусть теперь Вам стало известно, что в процессе участвовало два моля газа. Найдите его начальную абсолютную температуру. Универсальную газовую постоянную считайте равной $R \approx 8{,}31$ Дж/(моль·К). Ответ запишите в К, с точностью до целого значения.

Возможное решение: Пусть начальная температура газа равна T_0, а постоянное отношение конечного давления к начальному равно x. Ясно, что в изохорном процессе газ изменяет свою температуру в x раз, поэтому в изобарном – в $\frac{n}{x}$ раз, то есть в изохорном процессе он нагревается от T_0 до xT_0, а в изобарном изменяет температуру от xT_0 до nT_0. С учетом известных молярных теплоемкостей одноатомного идеального газа вычисляем переданное газу количество теплоты: $Q = \frac{3}{2}\nu RT_0(x-1) + \frac{5}{2}\nu RT_0(n-x) = \frac{1}{2}\nu RT_0[5n-2x-3] \equiv a \cdot n - b$. то есть оно является линейной функцией n. Значит:

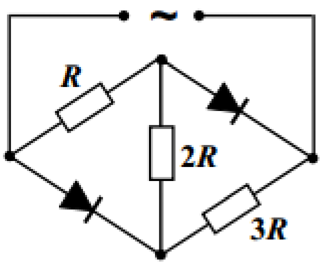
$$\begin{cases} Q_1 = a\cdot n_1 - b \\ Q_2 = a \cdot n_2 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{Q_2 - Q_1}{n_2 - n_1} \approx 13{,}0 \text{ кДж} \\ b = \frac{n_1 Q_2 - n_2 Q_1}{n_2 - n_1} \approx 15{,}6 \text{ кДж} \end{cases}.$$

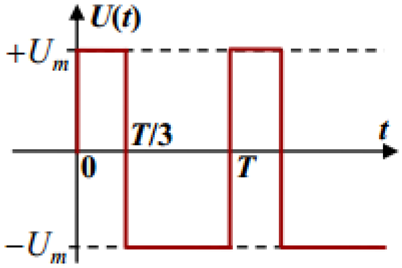
Для третьего значения находим, что $Q_3 = a \cdot n_3 - b \approx 13{,}0$ кДж.

Кроме того, как видно из выражения для $a = \frac{5}{2}\nu RT_0$, $T_0 = \frac{2}{5}\frac{a}{\nu R} \approx 313$К.

ОТВЕТЫ: 2.1. **13**. 2.2. **313**.

3. «Мост» из двух идеальных диодов и трех резисторов, номиналы которых выражаются через величину R = 100 Ом, собран по схеме, показанной на рисунке слева, и подключен к источнику переменного напряжения.





3.1. Для случая, когда источник подает синусоидальное напряжение с амплитудой U_m = 220 В, рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе $2R$. Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

3.2. Рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе $2R$ для случая, когда периодическое напряжение источника зависит от времени так, как показано на графике справа, с тем же значением U_m. Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

В ту половину периода изменения синусоидального напряжения, когда потенциал «левой» клеммы выше потенциала «правой», оба диода открыты, и в результате все три резистора оказываются соединены параллельно. Тогда через резистор $2R$ течет синусоидальный ток с амплитудой $\frac{U_m}{2R}$, поэтому в нем выделяется количество теплоты $Q_I = \frac{1}{2}\left(\frac{U_m}{2R}\right)^2 2R\frac{T}{2} = \frac{1}{8}\frac{U_m^2 T}{R}$ (здесь множитель ½ появляется из-за усреднения квадрата гармонической функции). В другую половину периода оба диода заперты, и резисторы соединены последовательно. Теперь амплитуда силы тока через наш резистор $\frac{U_m}{6R}$, и в нем выделяется количество теплоты $Q_{II} = \frac{1}{2}\left(\frac{U_m}{6R}\right)^2 2R\frac{T}{2} = \frac{1}{72}\frac{U_m^2 T}{R}$. Полное количество теплоты, выделившееся за период в резисторе $2R$ равно $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{5}{36}\frac{U_m^2 T}{R}$, и по определению действующего значения силы тока $I_a^2 2RT = \frac{5}{36}\frac{U_m^2 T}{R}$, то есть $I_a = \frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}}\frac{U_m}{R} \approx 0{,}58\,\text{А}$.

Теперь рассмотрим «прямоугольное» напряжение. В первую треть периода изменения напряжения, через резистор $2R$ течет ток с силой $\frac{U_m}{2R}$, поэтому в нем выделяется количество теплоты $Q_I = \left(\frac{U_m}{2R}\right)^2 2R\frac{T}{3} = \frac{1}{6}\frac{U_m^2 T}{R}$. В другую часть периода через наш резистор течет ток с силой $\frac{U_m}{6R}$, и в нем выделяется количество теплоты $Q_{II} = \left(\frac{U_m}{6R}\right)^2 2R\frac{2T}{3} = \frac{1}{27}\frac{U_m^2 T}{R}$. Полное количество теплоты, выделившееся за период в резисторе $2R$ равно $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{11}{54}\frac{U_m^2 T}{R}$, и по определению действующего значения силы тока $I_a^2 2RT = \frac{11}{54}\frac{U_m^2 T}{R}$, то есть $I_a = \frac{\sqrt{11}}{6\sqrt{3}}\frac{U_m}{R} \approx 0{,}70\,\text{А}$. У данного условия в принципе возможно другое понимание, если считать, что потенциал «левой» клеммы выше потенциала «правой» при отрицательном напряжении на графике (то есть «+» и «–» на схеме расставлены справа налево), и ток $\frac{U_m}{2R}$ теперь течет через

$2R$ две трети период, а ток $\dfrac{U_m}{6R}$ – одну треть. Ясно, что сами вычисления проводятся так же, как и в рассмотренном случае, но ответ другой – теперь $I_a \approx 0{,}92$А.

ОТВЕТЫ: 3.1. **0,58**.   3.2 **0,70 или 0,92**.

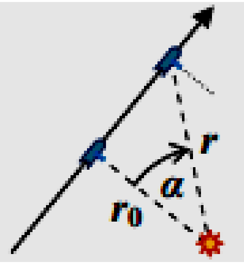
4. Двигатели звездолета, управляемые в автоматическом режиме, поддерживают его движение с постоянной скоростью υ = 27000 км/с по прямой. Обзорные фотодатчики расположены так, что оси их входных отверстий ориентированы перпендикулярно курсу звездолета (размеры отверстий неизменны). Ток фотодатчика пропорционален мощности световой энергии, поступающей во входное отверстие датчика. При превышении тока 13,6 мА показания датчика каждые 10^3 с записываются в память компьютера, пока ток не упадет ниже 1 мА. Звездолет пролетел мимо одиночной яркой звезды. В таблице показаны записанные значения тока фотодатчика, для которого эта звезда оказалась в плоскости движения оси его входного отверстия (время отсчитывается от момента первой записи, ошибки измерения времени не превышают 0,1 с, а силы тока – 0,01 мА).

t, 10^3 с	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
I, мА	13,78	31,42	75,70	121,97	78,15	32,55	14,20	7,03	3,89	2,36	1,54	1,04

4.1. Определите на основании этих данных минимальное расстояние от траектории корабля до центра этой звезды. Излучение звезды считать сферически-симметричным (то есть считать, что мощность светового излучения, приходящаяся на единицу площади концентрически окружающей ее сферы, не зависит от направления), поглощением и рассеянием света в космическом пространстве в окрестности звезды пренебречь. Ответ запишите в миллионах км, с точностью до целого значения.

4.2. Оцените максимальную возможную ошибку в определении этого расстояния. Ответ запишите в процентах, с точностью до первого ненулевого разряда.

Возможное решение: Начнем с того, что разберемся, как показания фотодатчика должны зависеть от времени. Ясно, что максимальная мощность световой энергии (P_0) поступает в окно датчика, когда корабль проходит ближайшую к звезде точку своей траектории – в этот момент расстояние между звездой и кораблем минимально и окно датчика «смотрит» точно на звезду (так как датчик ориентирован перпендикулярно курсу корабля и именно перпендикуляр – кратчайший отрезок от прямой до точки). Так как изучение звезды сферически симметрично, а площадь сферы растет пропорционально квадрату ее радиуса, то мощность ее излучения на расстоянии r от звезды $P(r)=\dfrac{P_0 r_0^2}{r^2}$, где r_0 – кратчайшее расстояние от звезды до траектории корабля (см. рисунок). Однако нужно еще учесть, что при смещении корабля от точки наибольшего сближения окно фотодатчика «смотрит» не на звезду. Можно догадаться, что при повороте окна датчика на угол α от направления на звезду площадь, с которой в окно попадают лучи, уменьшается по закону $S=S_0\cos(\alpha)$. С другой стороны, $\cos(\alpha)=\dfrac{r_0}{r}$. Поэтому ток фотодатчика должен зависеть от расстояния от корабля до звезды по закону $I(r)=\dfrac{I_0 r_0^3}{r^3}$.



Зависимость расстояния от времени, в соответствии с теоремой Пифагора и законом равномерного движения $r(t)=\sqrt{r_0^2+V^2(t-t_0)^2}$, где t_0 соответствует моменту прохождения точки наибольшего сближения. Итак, $I(t)=I_0\left[\frac{r_0^2}{r_0^2+V^2(t-t_0)^2}\right]^{3/2}$. Его можно переписать в виде $\frac{V^2}{r_0^2}=\left[\left(\frac{I_0}{I(t)}\right)^{2/3}-1\right]\frac{1}{(t-t_0)^2}$. Далее можно действовать двумя путями. Можно по таблице заметить, что точка наибольшего сближения находится вблизи момента $3\cdot10^3$ с, и посчитать величину $X\equiv\left[\left(\frac{I_0}{I(t)}\right)^{2/3}-1\right]\frac{1}{(t-t_0)^2}$ для всех точек, считая в ней $I_0\approx121{,}97$ мА и $t_0\approx3\cdot10^3$ с. В нашей модели эта величина должна быть постоянна, и для ее действительного значения можно взять среднее значение, а разброс ее значений относительно среднего укажет нам погрешность используемой модели.

t, 10^3 с	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X, 10^{-6}с$^{-2}$	0,3643	0,3675	0,3744	-	0,3455	0,3531	0,3549	0,3564	0,3577	0,3576	0,3560	0,3587

(в точке $3\cdot10^3$ с эта величина не вычисляется – получается 0/0). Среднее значение 0,3587, максимальное отклонение от среднего 0,0157, то есть около 4% (всего в одной точке), хотя в большей части точек отклонение не превышает 1%. Точность данных лучше 1%, так что можно считать, что ошибка определения величины X около 1-2 %. Тогда ясно, что $r_0=\frac{V}{\sqrt{X}}\approx(45{,}1\pm0{,}9)$ млн. км.

Можно пойти более сложным путем и улучшить результат, изменяя величины I_0 и t_0, чтобы добиться наименьшего разброса X от среднего. Например, можно заметить, что реально I_0 чуть больше данного значения, и попробовать $I_0\approx122$мА, и при этом значении определить t_0 до двум «симметричным» точкам. Для точек вблизи (значение $3\cdot10^3$ с лучше не брать, так как там из-за малости отклонения относительная ошибка будет большой, а у других точек выше относительная ошибка данных из-за малых I) получаем: $\frac{t_0-2\cdot10^3\text{ с}}{4\cdot10^3\text{ с}-t_0}=\sqrt{\frac{(I_0/I_2)^{2/3}-1}{(I_0/I_4)^{2/3}-1}}\approx1{,}04$, откуда $t_0\approx3{,}02\cdot10^3$ с. При этом значении по любой из точек вычисляем I_0 и обнаруживаем, что $I_0\approx122{,}0$ мА с таким t_0 дает существенно меньшие колебания X, чем раньше. В этом случае $X\approx0{,}3600\cdot10^{-6}$ с$^{-2}$ с характерной погрешностью порядка 0,1%! Тогда мы получим $r_0=\frac{V}{\sqrt{X}}\approx(45{,}00\pm0{,}05)$ млн. км. Для участника отборочного этапа хватало и более простого подхода, но второй путь – демонстрация возможностей последовательного анализа. Есть и другие пути – например, линеаризация формулы $\left[\left(\frac{I_0}{I(t)}\right)^{2/3}-1\right]=\frac{V^2}{r_0^2}(t-t_0)^2$ и подбор I_0 и t_0 для обеспечения линейности графика, с извлечением из него коэффициента наклона, но этот путь во многом будет аналогичен нашему «сложному».

ОТВЕТЫ: 4.1. **45**. 4.2. **0,1**.

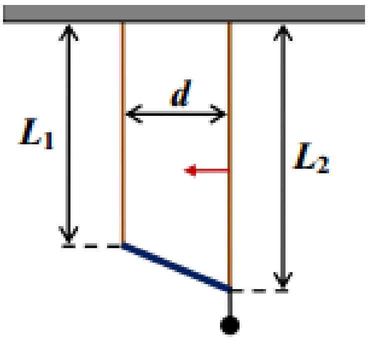
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 4:

вопрос	ответ участника	балл
1.1	**6**	**4**
	4	**2**

1.2	**1,4**	**6**
	1,3 или 1,5	**3**
1.3	**1,75**	**6**
	1,80	**3**
2.1	**13**	**6**
	12 или 14	**3**
2.2	**313**	**4**
	312 или 314	**2**
3.1	**0,58**	**8**
	0,57 или 0,59	**4**
3.2	**0,70**	**6**
	0,92	**6**
	0,69 или 0,71 или 0,91 или 0,93	**3**
4.1	**45**	**8**
	44 или 46	**4**
4.2	от 0,05 до 2	**2**
Максимальная оценка		**50**

Вариант 8

1. Недеформируемый тонкий прямой массивный стержень подвешен к недеформируемому горизонтальному потолку на двух отрезках легкой практически нерастяжимой нити. Длина стержня L = 65 см, длины нитей L_1 = 125 см и L_2 = 150 см. К нижнему концу стержня на еще одном небольшом отрезке легкой нити подвешен маленький тяжелый груз. В первый раз нити прикрепили к потолку и стержню так, что в состоянии равновесия обе нити были вертикальны и находились на расстоянии d = 60 см друг от друга (то есть они обе были прикреплены к концам стержня, как показано на рисунке). При этом более длинная нить 2 оказалась растянута на ΔL_2 = 3 мм. Известно, что если стержень с грузом подвесить на одной нити 2, то в состоянии равновесия эта нить растягивается на ΔL_0 = 4 мм.



1.1. Найдите величину деформации более короткой нити ΔL_1. Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

Затем, не трогая нить 1, нить 2 стали перекреплять таким образом, что в состоянии равновесия обе нити остаются вертикальными, но расстояние d уменьшается.

1.2. Каким стало удлинение нити 2 при d_1 = 50 см? Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

1.3. Каким стало удлинение нити 2 при d_2 = 35 см? Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

Возможное решение: При подвешивании стержня вместе с грузом на одной второй нити сила ее натяжения уравновешивает суммарную силу тяжести: $T_2^{(0)} = (M+m)g$, где M и m – массы стержня и груза. Если обозначить коэффициент жесткости этой нити k_2, то $\Delta L_0 = \dfrac{(M+m)g}{k_2}$.

При подвешивании на двух нитях $T_1 + T_2 = (M+m)g$. При этом $T_2 = k_2 \Delta L_2 = (M+m)g\dfrac{\Delta L_2}{\Delta L_0}$, а $T_1 = (M+m)g\left(1-\dfrac{\Delta L_2}{\Delta L_0}\right)$. Кроме того, $T_1 = k_1 \Delta L_1 = k_2 \dfrac{L_2}{L_1}\Delta L_1 = \dfrac{L_2}{L_1}(M+m)g\dfrac{\Delta L_1}{\Delta L_0}$ (здесь учтено, что при одинаковом материале и одинаковой площади поперечного сечения коэффициент жесткости нити обратно пропорционален ее длине). Из этих соотношений $\Delta L_1 = \dfrac{L_1}{L_2}(\Delta L_0 - \Delta L_2) \approx 0{,}8$ мм.

Далее <u>предположим</u>, что обе нити натянуты. Запишем правило моментов относительно верхнего конца стержня (точки подвеса верхней нити) : $T_2 \cdot d - Mg \cdot \dfrac{L}{2}\cos(\alpha) = mgL\cos(\alpha) = 0$ и учесть, что угол наклона стержня к горизонту при произвольном d может быть определен из уравнения $\mathrm{tg}(\alpha) = \dfrac{L_2 - L_1}{d} \equiv \dfrac{h}{d}$. Далее для краткости всегда будем использовать обозначение $h \equiv L_2 - L_1 = 25$см и $x \equiv \dfrac{d}{h}$. При этом $\cos(\alpha) = \dfrac{d}{\sqrt{h^2+d^2}} = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, и с учетом правила моментов $T_2 = \dfrac{L}{2h}\dfrac{(M+2m)g}{\sqrt{1+x^2}}$. Значит, растяжение второй нити $\Delta L_2 = \dfrac{T_2}{k_2} = \dfrac{L}{2h}\dfrac{M+2m}{M+m}\dfrac{\Delta L_0}{\sqrt{1+x^2}}$. Заметим что $\dfrac{L}{2h} = \dfrac{13}{10}$, а при $d = 60$ см ($x = 2{,}4$) это равенство дает $\dfrac{\Delta L_2}{\Delta L_0} = \dfrac{3}{4} = \dfrac{13}{10}\dfrac{M+2m}{M+m}\dfrac{1}{\sqrt{1+2{,}4^2}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{M+2m}{M+m}$. Теперь мы знаем, что $\dfrac{M+2m}{M+m} = \dfrac{3}{2}$, и приходим к выводу, что связь ΔL_2 с x дается формулой $\Delta L_2 = \dfrac{39}{5\sqrt{1+x^2}}$мм. Однако при использовании этой формулы необходимо следить за выполнением предположения о том, что обе нити натянуты: нам нужно, чтобы $T_1 > 0 \Rightarrow T_2 < (M+m)g$, то есть чтбы $\Delta L_2 < \Delta L_0 = 4$мм.

Итак, при $d_1 = 50$см ($x_1 = 2$) находим, что $\Delta L_2 = \dfrac{39}{5\sqrt{5}}$мм $\approx 3{,}5$мм. Предположение оправдалось.

При $d_2 = 35$см ($x_2 = 1{,}4$) находим, что $\Delta L_2 = \dfrac{39}{\sqrt{74}}$мм $\approx 4{,}5$мм. Предположение не оправдалось, то есть первая нить провисла, стержень и груз висят на одной второй нити, и ее растяжение равно ΔL_0 = 4 мм.

ОТВЕТЫ: 1.1. **0,8**. 1.2. **3,5**. 1.3. **4,0**.

2. Постоянное количество одноатомного идеального газа нагревают несколько раз. Каждый раз нагревание состоит из двух последовательных процессов – изобары и изотермы. Каждый раз отношение конечного давления к начальному – это одно и то же число, а отношение конечной абсолютной температуры к начальной $n \equiv \dfrac{T_к}{T_н}$ принимает различные значения. Известно, что при $n_1 = 1{,}2$ газу в процессе нагревания было передано количество теплоты $Q_1 \approx 12{,}24$кДж, а при $n_2 = 1{,}5$ – количество теплоты $Q_2 \approx 19{,}80$кДж.

Указание: Работа ν молей идеального газа в процессе с постоянной температурой T при расширении от объема $V_н$ до $V_к$ вычисляется по формуле $A_T = \nu RT \cdot \ln\left(\frac{V_к}{V_н}\right)$. Основание натурального логарифма $e \approx 2{,}72$.

2.1. Какое количество теплоты Q_3 получил газ в процессе нагревания, в котором $n_3 = 1{,}7$? Ответ дайте в кДж, с точностью до сотых.

2.2. Найдите постоянное отношение начального давления к конечному. Ответ запишите с точностью до сотых.

Возможное решение: Пусть начальная температура газа равна T_0, а постоянное отношение начального давления к конечному равно x. Как ясно из условия, в изобарном процессе газ расширялся, увеличивая свою температуру. В этом процессе работа газа $A = p\cdot\Delta V = \Delta(pV)$, и, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $A = \Delta(\nu RT) = \nu R\cdot\Delta T$. По I Началу термодинамики, подведенное тепло $Q = A + \Delta U = A + \frac{3}{2}\nu R\cdot\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\cdot\Delta T$. Таким образом, $Q_p = \frac{5}{2}\nu RT_0(n-1)$. В изотермическом процессе газ продолжает расширяться при постоянной температуре nT_0. Газ продолжает получать тепло, и в этом случае подведенное тепло равняется работе газа в изотермическом процессе: $Q_T = A_T = n\nu RT_0 \cdot \ln\left(\frac{V_к}{V_н}\right)$. Поскольку на изотерме $pV = const$, то отношение конечного и начального объемов равно отношению начального и конечного давлений: $\frac{V_к}{V_н} = x$, и поэтому полное сообщенное газу тепло равно $Q = \frac{5}{2}\nu RT_0(n-1) + \nu RT_0\ln(x)n = \frac{5}{2}\nu RT_0\left[\left(1 + \frac{2}{5}\ln(x)\right)\cdot n - 1\right] \equiv a\cdot n - b$, то есть оно является линейной функцией n. Значит:

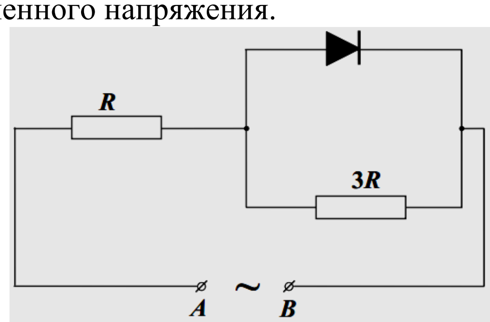
$$\begin{cases} Q_1 = a\cdot n_1 - b \\ Q_2 = a\cdot n_2 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{Q_2 - Q_1}{n_2 - n_1} \approx 25{,}2 \text{ кДж} \\ b = \dfrac{n_1Q_2 - n_2Q_1}{n_2 - n_1} \approx 18{,}0 \text{ кДж} \end{cases}.$$

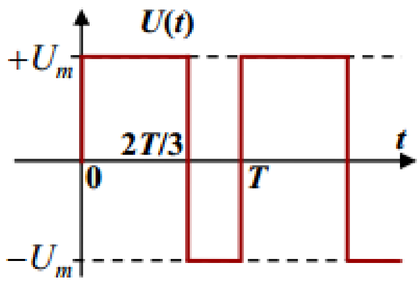
Для третьего значения находим, что $Q_3 = a\cdot n_3 - b \approx 24{,}84$ кДж.

Как видно из выражений для a и b, $1 + \frac{2}{5}\ln(x) = \frac{a}{b} \approx 1{,}4 \Rightarrow \ln(x) \approx 1$. Таким образом, $\frac{p_н}{p_к} = x \approx e \approx 2{,}72$.

ОТВЕТЫ: 2.1. **24,84**. 2.2. **2,72**.

3. Схема из идеального диода и двух резисторов, номиналы которых выражаются через величину *R* = 50 Ом, собрана по схеме, показанной на рисунке слева, и подключена к источнику переменного напряжения.





3.1. Для случая, когда источник подает синусоидальное напряжение с амплитудой U_m = 100 В, рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе R. Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

3.2. Рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе R для случая, когда периодическое напряжение источника (разность потенциалов точек А и В) зависит от времени так, как показано на графике справа, с тем же значением U_m. Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

Возможное решение: В ту половину периода T синусоидального напряжения, когда потенциал А выше потенциала В, диода открыт, и резистор с сопротивлением $3R$ закорочен. Поэтому амплитуда синусоидального тока через резистор R равна $\frac{U_m}{R}$. Выделившееся за эту половину периода количество теплоты $Q_I = \frac{1}{2}\left(\frac{U_m}{R}\right)^2 R\frac{T}{2} = \frac{1}{4}\frac{U_m^2 T}{R}$ (здесь множитель ½ появляется из-за усреднения квадрата гармонической функции). При запертом диоде через этот резистор течет ток (вторая «половинка синусоиды») с амплитудой $\frac{U_m}{4R}$, и в резисторе R выделяется количество теплоты $Q_{II} = \frac{1}{2}\left(\frac{U_m}{4R}\right)^2 R\frac{T}{2} = \frac{1}{64}\frac{U_m^2 T}{R}$. Полное количество теплоты, выделившееся за период в резисторе R равно $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{17}{64}\frac{U_m^2 T}{R}$, и по определению действующего значения силы тока $I_a^2 RT = \frac{17}{64}\frac{U_m^2 T}{R}$, то есть $I_a = \frac{\sqrt{17}}{8}\frac{U_m}{R} \approx 1{,}03\text{А}$.

Для «прямоугольного» напряжения: сила тока через резистор равна $\frac{U_m}{R}$ в течении двух третей периода, для которых $Q_I = \left(\frac{U_m}{R}\right)^2 R\frac{2T}{3} = \frac{2}{3}\frac{U_m^2 T}{R}$. В оставшуюся треть периода сила тока равна $\frac{U_m}{4R}$, и поэтому $Q_{II} = \left(\frac{U_m}{4R}\right)^2 R\frac{T}{3} = \frac{1}{48}\frac{U_m^2 T}{R}$. Теперь $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{11}{16}\frac{U_m^2 T}{R}$, и по определению действующего значения силы тока $I_a^2 RT = \frac{11}{16}\frac{U_m^2 T}{R}$, то есть $I_a = \frac{\sqrt{11}}{4}\frac{U_m}{R} \approx 1{,}66\text{А}$.

ОТВЕТЫ: 3.1. **1,03**. 3.2 1**,66**.

4. Двигатели звездолета, управляемые в автоматическом режиме, поддерживают его движение с постоянной скоростью υ = 25000 км/с по прямой. Обзорные фотодатчики расположены так, что оси их входных отверстий ориентированы перпендикулярно курсу звездолета (размеры отверстий неизменны). Ток фотодатчика пропорционален мощности световой энергии, поступающей во входное отверстие датчика. При превышении тока 8 мА показания датчика каждые 10^3 с записываются в память компьютера, пока ток не упадет ниже 2 мА. Звездолет пролетел мимо одиночной яркой звезды. В таблице показаны записанные значения тока фотодатчика, для которого эта звезда оказалась в плоскости движения оси его входного отверстия (время отсчитывается от момента первой записи, ошибки измерения времени не превышают 0,1 с, а силы тока – 0,01 мА).

t, 10^3 с	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I, мА	8,89	18,68	46,69	133,34	244,99	130,65	45,75	18,38	8,78	4,76	2,86

4.1. Определите на основании этих данных минимальное расстояние от траектории корабля до центра этой звезды. Излучение звезды считать сферически-симметричным (то есть считать, что мощность светового излучения, приходящаяся на единицу площади концентрически окружающей ее сферы, не зависит от направления), поглощением и рассеянием света в космическом пространстве в окрестности звезды пренебречь. Ответ запишите в миллионах км, с точностью до целого значения.

4.2. Оцените максимальную возможную ошибку в определении этого расстояния. Ответ запишите в процентах, с точностью до первого ненулевого разряда.

Возможное решение: полностью аналогично решению задачи 4 из варианта 4. Ответ $r_0 \approx (35{,}00 \pm 0{,}05)$ млн. км, при «сложном» подходе можно обеспечить точность не хуже 0,1%.

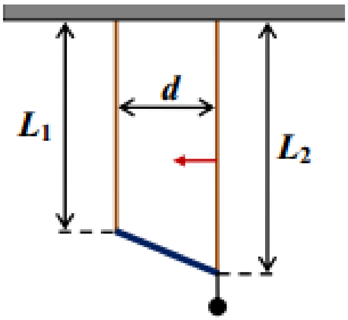
ОТВЕТЫ: 4.1. **35**. 4.2. **0,1**.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 8:

вопрос	ответ участника	балл
1.1	**0,8**	**4**
	1,0	**2**
1.2	**3,5**	**4**
	3,4 или 3,6	**2**
1.3	**4,0 или 4**	**6**
	4,5	**3**
2.1	**24,84**	**6**
	от 24,00 до 24,83 или от 24, 85 до 25,50	**3**
2.2	**2,72**	**4**
	2,70 или 2,71 или 2,73 или 2,74	**2**
3.1	**1,03**	**8**
	1,01 или 1,02 или 1,04 или 1,05	**4**
3.2	**1,66**	**8**
	1,64 или 1,65 или 1,67 или 1,68	**4**
4.1	**35**	**8**
	33 или 34 или 36 или 37	**4**
4.2	от 0,05 до 1	**2**
Максимальная оценка		**50**

Вариант 12

1. Недеформируемый тонкий прямой массивный стержень подвешен к недеформируемому горизонтальному потолку на двух отрезках легкой практически нерастяжимой нити. Длина стержня L = 125 см, длины нитей L_1 = 238 см и L_2 = 273 см. К нижнему концу стержня на еще одном небольшом отрезке легкой нити подвешен маленький тяжелый груз. В первый раз нити прикрепили к потолку и стержню так, что в состоянии равновесия обе нити были вертикальны и находились на расстоянии d = 120 см друг от друга (то есть они обе были прикреплены к концам стержня, как показано на рисунке). При этом более длинная нить 2 оказалась растянута на ΔL_2 = 3,64 мм. Известно, что если стержень с грузом подвесить на одной нити 2, то в состоянии равновесия эта нить растягивается на ΔL_0 = 5,46 мм.



1.1. Найдите величину деформации более короткой нити ΔL_1. Ответ запишите в мм с точностью до сотых.

Затем, не трогая нить 1, нить 2 стали перекреплять таким образом, что в состоянии равновесия обе нити остаются вертикальными, но расстояние d уменьшается.

1.2. Каким стало удлинение нити 2 при d_1 = 84 см? Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

1.3. Каким стало удлинение нити 2 при d_2 = 70 см? Ответ запишите в мм с точностью до сотых.

Возможное решение: Полностью аналогично решению задачи 1 из варианта 8, причем при обеих натянутых нитях $\Delta L_2 = \dfrac{13}{\sqrt{1+x^2}}$ мм, а в случае d_2 = 70 см снова сталкиваемся с ситуацией провисания нити 1.

ОТВЕТЫ: 1.1. **1,59**. 1.2. **5,0**. 1.3. **5,46**.

2. Рабочее тело тепловой машины – три моля одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела состоит из двух адиабат, изобары и изохоры. При двух разных ее запусках в ходе изобарного расширения температура газа возрастала всегда на одну и ту же величину Δt_0, а уменьшение температуры в ходе изохорного охлаждения изменялось. При первом запуске величина этого уменьшения равнялась $\Delta t_1 = 33°C$, и КПД цикла равнялся 34%.

2.1. Какое количество теплоты Q_X было отнято у газа при изохорном охлаждении? Универсальную газовую постоянную считайте равной $R \approx 8{,}31$ Дж/(моль·К). Ответ дайте в кДж, с точностью до сотых.

2.2. Найдите КПД цикла при втором запуске, в котором в процессе изохорного охлаждения температура уменьшалась на $\Delta t_2 = 40°C$. Ответ запишите в процентах с точностью до целого значения.

Возможное решение: В адиабатических процессах рабочее тело не обменивается теплом с внешними телами, поэтому ясно, что оно получает тепло от нагревателя при изобарном расширении и отдает тепло холодильнику при изохорном охлаждении. В изохорном процессе газ не совершает работы, поэтому, в соответствии с I Началом термодинамики, $Q_X = A + \Delta U = \dfrac{3}{2}\nu R \cdot |\Delta T_V|$. При первом запуске $Q_X = \dfrac{3}{2}\nu R \cdot \Delta t_1 \approx 1234$Дж, то есть примерно 1,23 кДж.

В изобарном процессе работа газа $A = p \cdot \Delta V = \Delta(pV)$, и, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $A = \Delta(\nu RT) = \nu R \cdot \Delta T$. По I Началу термодинамики, подведенное тепло $Q_H = A + \Delta U = \dfrac{5}{2}\nu R \cdot \Delta T_p = \dfrac{5}{2}\nu R \cdot \Delta t_0$. Поэтому КПД цикла $\eta = 1 - \dfrac{Q_X}{Q_H} = 1 - \dfrac{3\Delta t_1}{5\Delta t_0}$. С учетом заданного значения КПД при $\Delta t_1 = 33°\text{C}$ находим, что $\Delta t_0 = 30°\text{C}$. Значит, при КПД становится равным $\eta = 0{,}2$, то есть 20%.

ОТВЕТЫ: 2.1. **1,23**. 2.2. **20**.

3. Катушку индуктивности с ненулевым омическим сопротивлением подключили сначала к источнику постоянного напряжения U = 60 В с внутренним сопротивлением намного меньше 1 Ом. Сила тока через катушку в установившемся режиме составила I_0 = 5 А. Затем ее подключили

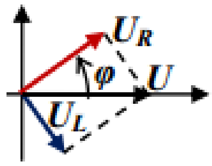
к источнику переменного синусоидального напряжения частотой 50 Гц с амплитудой U = 60 В. В этом случае амплитуда тока через катушку в установившемся режиме оказалась равна I_m =3 А.

3.1. Найдите омическое сопротивление катушки. Ответ запишите в Ом, с точностью до целого значения.

3.2. Найдите индуктивность катушки. Ответ запишите в мГн, с точностью до целого значения.

Возможное решение: При подключении катушки к источнику постоянного напряжения в установившемся режиме через нее течет постоянный ток, ЭДС самоиндукции катушки равна нулю, и сила тока определяется только омическим сопротивлением цепи: $I_0 = \frac{U}{R+r}$, где R– омическое сопротивление катушки, а r – внутреннее сопротивление источника. Как видно, $R+r = \frac{U}{I_0} = 12$ Ом, и с учетом информации о малости r ясно, что $R \approx \frac{U}{I_0} = 12$ Ом.

При подключении к источнику переменного напряжения колебания напряжения на омическом сопротивлении катушки с амплитудой $U_m^{(R)} = RI_m$ складываются с колебаниями напряжения на индуктивности $U_m^{(L)} = \omega L I_m$, и они различаются по фазе на $\frac{\pi}{2}$. С учетом этого строим векторную диаграмму (см. рисунок), отвечающую сложению напряжений $U_R(t)+U_L(t)=U(t)$. Из теоремы Пифагора для получившегося



прямоугольного треугольника находим, что $U = \sqrt{R^2 I_m^2 + \omega^2 L^2 I_m^2}$, и поэтому амплитуда колебаний силы тока $I_m = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$. Подставляя в это выражение полученную формулу для омического сопротивления, выражаем из нее индуктивность: $L = \frac{U}{\omega I_m I_0}\sqrt{I_0^2 - I_m^2} \approx 51$Гн.

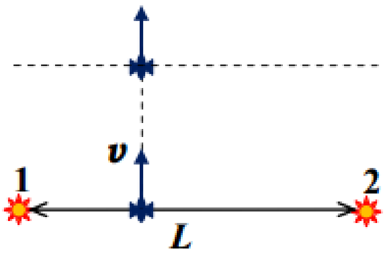
ОТВЕТЫ: 3.1. **12**. 3.2 **51**.

4. Робот серии «мотылек» имеет небольшие размеры и снабжен двумя фотодатчиками, которые расположены так, что оси их входных отверстий ориентированы перпендикулярно курсу робота (размеры отверстий неизменны). Сила тока фотодатчика пропорциональна мощности световой энергии, поступающей во входное отверстие датчика. Изначально робот располагается на линии, соединяющей две одинаковые маленькие яркие лампы, испускающие свет равномерно во всех направлениях, и оси его фотодатчиков были направлены точно на эти лампы. В некоторый момент времени (принятый далее за t = 0) робот поехал, не поворачиваясь, с постоянной скоростью в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей лампы (см. рисунок). В таблице показаны записанные значения сил токов фотодатчиков в зависимости от времени (время отсчитывается от момента старта, ошибки измерения времени не превышают 0,1 с, а силы тока – 0,01 мА).

t, с	0,0	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0
I_1, мА	96,00	76,84	45,71	25,19	14,29	8,59	5,46
I_2, мА	24,00	22,63	19,21	15,13	11,43	8,49	6,30

4.1. Известно, что расстояние между лампами L = 30 м. Определите на основании этих данных расстояние от робота до лампы 1 в момент начала движения. Поглощением и рассеянием света в воздухе пренебречь. Ответ запишите в м, с точностью до целого значения.

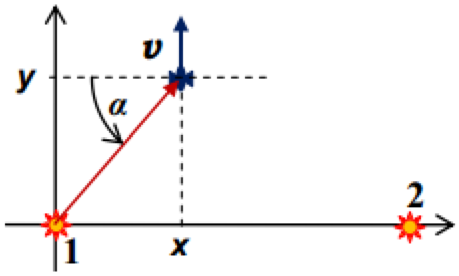
4.2. Определите на основании этих данных скорость υ движения робота. Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых долей.



Возможное решение: Мощность излучения лампы на расстоянии r от нее убывает обратно пропорционально r^2. В момент старта Токи фотодатчиков различаются в 4 раза, поэтому лампа 1 находится в два раза ближе к роботу, чем лампа 2. Так как сумма расстояний до ламп равна 30 м, то расстояние от робота до лампы 1 равно 10 м.

Будем характеризовать положение робота после старта координатами x и y (см. рисунок). Когда робот сместился от линии, соединяющей лампы, нужно учесть, что окно «фотодатчика» смотрит не на лампу, и догадаться, что при повороте окна датчика на угол α от направления на лампу площадь, с которой в окно попадают лучи, уменьшается по закону $S = S_0\cos(\alpha)$. У нас $r^2 = x^2 + y^2$, а $\cos(\alpha) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Поэтому ток первого фотодатчика должен зависеть от координат робота по закону $I_1(x,y) = I_{10}\dfrac{x^3}{(x^2+y^2)^{3/2}}$. Аналогично для второго фотодатчика

$$I_2(x,y) = I_{20}\frac{(L-x)^3}{((L-x)^2+y^2)^{3/2}}.$$



Как видно, определять y мы можем по любой из этих зависимостей. Например, из первой находим, что $y = x\sqrt{\left(\dfrac{I_{10}}{I_1(x,y)}\right)^{2/3} - 1}$. Робот смещается только по оси y, то есть x = 10 м, и мы можем получить зависимость пути робота от времени. В таблице приведены значения, полученные по этой формуле:

t, с	0,0	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0
y, м	0	4,000	8,000	11,999	16,001	19,997	24,003

Как видно, с очень малой (менее 0,01 %) погрешностью эта зависимость соответствует равномерному движению со скоростью 0,8 м/с.

ОТВЕТЫ: 4.1. **10**.   4.2. **0,8**.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 12:

вопрос	ответ участника	балл
1.1	**1,59**	**4**
	2,73	**2**
1.2	**5,0 или 5**	**4**
	4,9 или 5,1	**2**
1.3	**5,46**	**6**
	5,81 или 5,82	**3**
2.1	**1,23**	**6**
	от 1,20 до1,22 или от 1, 24 до 1,26	**3**

2.2	**20**	**6**
	18 или 19 или 21 или 22	**3**
3.1	**12**	**4**
	11	**2**
3.2	**51**	**10**
	49 или 50 или 52 или 53	**5**
4.1	**10**	**2**
	6 или 9 или 11	**1**
4.2	**0,8**	**8**
	0,7 или от 0,9 до 1,4	**4**
Максимальная оценка		**50**