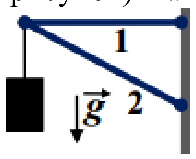
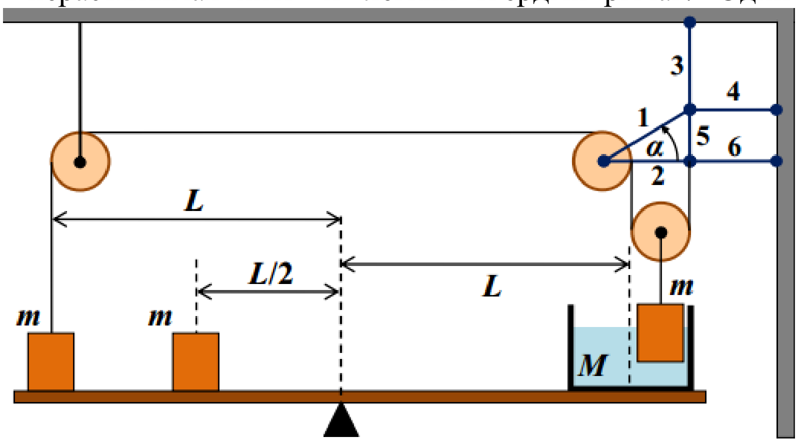
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2022 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
БИЛЕТ № 03 (9 классы): возможные решения и критерии

Задание 1:

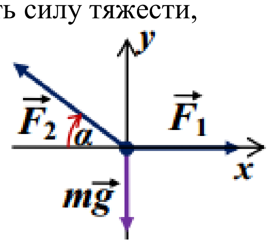
Вопрос: Из двух легких жестких стержней, соединенных легкими шарнирами друг с другом и с вертикальной стенкой, собрали кронштейн для подвески массивного груза (см. рисунок) на невесомой нити. Стержни изготовлены из одного материала, имеют одинаковый профиль и поперечные размеры, при этом длина стержня 1 в недеформированном состоянии равна 60 см, а длина недеформированного стержня 2 – 68 см. В состоянии равновесия стержень 1 горизонтален, и величина его продольной деформации равна 2,25 мм. Найдите величину продольной деформации стержня 2 в состоянии равновесия.



Задача: В системе, изображенной на рисунке, использованы кронштейн из 6 легких жестких стержней, соединенных легкими шарнирами друг с другом, с вертикальной стенкой и горизонтальным потолком, три легких цилиндрических блока, вращающиеся без трения, невесомая нерастяжимая нить и легкий твердый рычаг. Один конец нити прикреплен к грузу массой $m = 600$г, а другой прикреплен к одному из шарниров кронштейна. Второй такой же груз подвешен к оси подвижного блока и частично опущен в сосуд с водой, масса которого $M = 500$г. Первый груз, сосуд с водой и еще один – третий – груз покоятся на рычаге, причем расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза и сосуда равны, а третий груз в два раза ближе к точке опоры. Все тела находятся в равновесии, причем стержни кронштейна 2, 4 и 6 горизонтальны, 3 и 5 – вертикальны, а 1 составляет угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Величина деформации стержня 1 равна 1 мм. Найдите силу натяжения нити и величину деформации стержня 3, длина которого равна длине стержня 2. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.



Ответ на вопрос: Прежде всего заметим, что каждый из стержней находится в равновесии под действием двух сил, действующих на него со стороны соседних шарниров (силу тяжести для «невесомого» стержня считаем равной нулю). Сумма этих сил равна нулю, поэтому силы реакций двух шарниров всегда направлены в противоположные стороны и равны по величине. Если бы линии их действия не совпадали, то такая пара сил создавала бы ненулевой момент, чего не может быть в состоянии равновесия. Поэтому эти силы направлены вдоль одной прямой, и, поскольку они приложены к разным концам стержня, то они обязательно направлены вдоль стержня. Ясно, что так же направлены и силы упругости каждого стержня, действующие на соседние с ним шарниры. Рассмотрим равновесие шарнира, соединяющего стержни между собой (к нему же подвешен груз). Он находится в равновесии, и сумма приложенных к нему сил (силы упругости шарниров и силы тяжести груза, переданной через нить подвеса) равна нулю. Горизонтальные проекции сил упругости стержней должны уравновесить друг друга, и поэтому один из них должен быть растянут, а другой сжат. При этом сумма их вертикальных проекций должна уравновесить силу тяжести, так что стержень 1 растянут, а стержень 2 сжат. Записывая условие равновесия сил в проекции на горизонтальную ось x (см. рисунок) $F_1 = F_2\cos(\alpha)$, находим, что $\dfrac{F_2}{F_1} = \cos^{-1}(\alpha) = \dfrac{L_2}{L_1}$. С учетом закона Гука отношение величин деформаций стержней

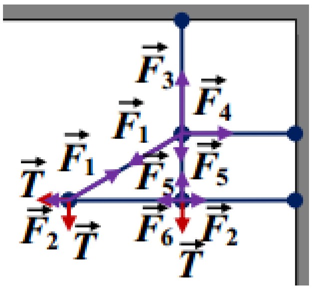


$\dfrac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \dfrac{F_2}{F_1}\dfrac{k_1}{k_2}$. С другой стороны, отношение коэффициентов жесткости стержней при одинаковом материале и одинаковых поперечных размерах обратно пропорциональны их длинам, так что $\Delta L_2 = \left(\dfrac{L_2}{L_1}\right)^2 \Delta L_1 = 2{,}89$ мм.

Обосновано, что силы упругости стержней в стоянии равновесия направлены них	**1**
Есть рисунок с указанием сил, действующих на шарнир, соединяющий стержни	**1**
Записано уравнение, эквивалентное $F_1 = F_2 \cos(\alpha)$	**2**
Используется закон Гука для стержней	**1**
Указано (используется в решении), что коэффициенты жесткости обратно пропорциональны длинам стержней	**2**
Получен правильный ответ для ΔL_2 (достаточно числа)	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Сила, действующая на левую сторону рычага со стороны первого груза, равна по величине силе, действующей на этот груз со стороны рычага, и ее можно найти из условия равновесия груза: $N_1 = mg - T$, где T – сила натяжения нити. Аналогично находим величину силы, действующей на правую сторону рычага со стороны дна сосуда (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом): $N_2 = (M+m)g - 2T$ и на левую сторону рычага со стороны третьего груза $N_3 = mg$. Условие равновесия рычага $LN_1 + \frac{L}{2}N_3 = LN_2 \Rightarrow 2N_1 + N_3 = 2N_2$ позволяет нам найти силу натяжения нити: $T = \left(M - \frac{m}{2}\right)g \approx 2$ Н.

На кронштейн действуют три силы, равные этой силе: горизонтальная и вертикальная – приложены к шарниру А, соединяющему стержни 1 и 2, и вертикальная – приложена к шарниру Б, соединяющему стержни 2, 5 и 6 (на рисунке показаны силы, действующие на эти шарниры, а также на шарнир В, соединяющий стержни 1, 3, 4 и 5). Так как вертикальная сила натяжения, действующая на шарнир А со стороны блока, уравновешивается вертикальной составляющей сила упругости стержня 1, то $F_1 = 2T$. Аналогично сила упругости стержня 5 уравновесит силу натяжения нити, приложенную к шарниру Б: $F_5 = T$. Тогда из условия равновесия шарнира В в проекции на вертикальную ось находим, что $F_3 = 2T$. Итак, $F_3 = F_1$, а отношение коэффициентов жесткости стержней 3 и 1 обратно пропорционально



отношению их длин, то есть $k_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}k_1$. Следовательно, $\Delta L_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta L_1 \approx 0{,}87$ мм. Из полного набора условий равновесия шарниров можно найти все силы упругости стержней ($F_2 = F_6 = (\sqrt{3}-1)T$, $F_4 = \sqrt{3}T$) и их деформации, но для ответа на вопрос задачи в этом нет необходимости.

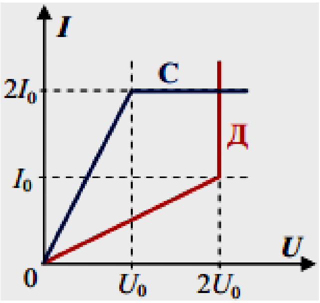
Ответ: $T = \left(M - \frac{m}{2}\right)g \approx 2$ Н и $\Delta L_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta L_1 \approx 0{,}87$ мм.

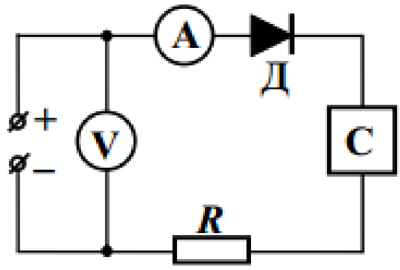
Записаны правильные выражение для сил, действующих на рычаг (N_1 и N_2)	**2×2=4**
Правильно записано условие равновесия рычага	**1**
Получен правильный ответ для силы натяжения нити (формула + число)	**2+1=3**
Есть рисунок (рисунки) с указанием сил, действующих на нужные шарниры кронштейна	**1**
Найдено, что сила упругости первого стержня $F_1 = \sqrt{2}T$	**2**
Найдено, что сила упругости третьего стержня $F_3 = 2T$	**2**
Получен правильный ответ для величины деформации третьего стержня (достаточно числа)	**2**
ВСЕГО	**15**

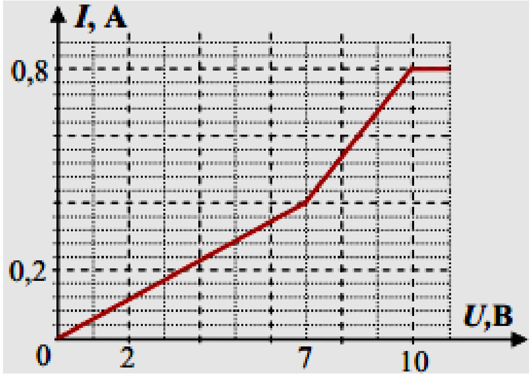
Задание 2:

Вопрос: Какие мощности потребляют нелинейные элементы С и Д, вольт-амперные характеристики которых показаны на рисунке слева, при напряжении, равном U_0?

Задача: Ученики 9 класса нашли в лаборатории два нелинейных элемента – стабилизатор тока (С) и диод (Д), вид ВАХ которых они узнали (они показаны на рисунке слева), но им не удалось





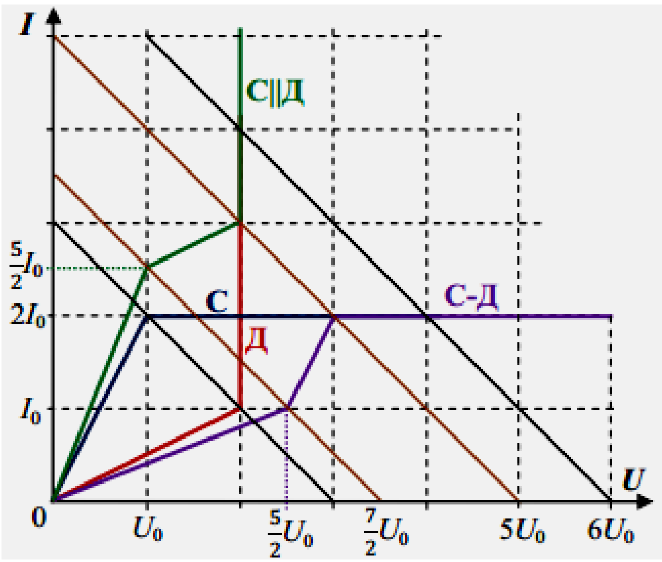


выяснить значения величин U_0 и I_0. Тогда они собрали схему, показанную на среднем рисунке, используя регулируемый источник напряжения с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением и резистор (величина сопротивления которого, как оказалось, в точности равнялась $R = U_0 / I_0$), и сняли зависимость силы тока в цепи от напряжения источника. Полученный график показан на рисунке справа. Определите U_0 и I_0, а также рассчитайте величину силы тока в аналогичной цепи, отличающейся только тем, что там стабилизатор и диод соединены параллельно, при значениях напряжения источника 6 В, 10 В и 12 В.

Ответ на вопрос: Согласно закону Джоуля-Ленца, мощность, потребляемая любым элементом цепи постоянного тока, равна произведению силы тока через этот элемент на напряжение на этом элементе. Определяя по ВАХ величину силы тока для каждого элемента при заданном напряжении, находим, что $I_C = 2I_0 \Rightarrow P_C = 2I_0U_0$ и $I_Д = \frac{1}{2}I_0 \Rightarrow P_Д = \frac{1}{2}I_0U_0$.

Сформулирован (использован в решении) закон Джоуля-Ленца	**2**
Правильно определены величины сил тока при заданном напряжении для обоих элементов	**2×2=4**
Правильно вычислены величины потребляемых мощностей для обоих элементов	**2×2=4**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Для начала воспользуемся законами последовательного соединения и построим ВАХ участка цепи, состоящего из последовательно соединенных диода и стабилизатора: для этого при каждом значении силы тока нужно просуммировать напряжения на элементах (характеристика С-Д на рисунке).



Значения сила тока в нашей цепи при заданном напряжении источника U определяются точками пересечения этой характеристики с «нагрузочной прямой» источника, соединяющей точки $(U,0)$ и $(0,U/R)$ на осях изображенной диаграммы. Для удобства можно сразу отметить, что, поскольку $R = U_0 / I_0$, то при любом x точку $(xU_0,0)$ такие прямые соединяют с $(0,xI_0)$. Изломы на графике отвечают переходам точки пересечения с одного прямолинейного участка характеристики С-Д на другой, то есть $\frac{7}{2}U_0 = 7$ В и $5U_0 = 10$ В. Значит, $U_0 = 2$ В. Максимальная сила тока в нашей схеме, как видно из характеристики, $2I_0 = 0{,}8$ А. Поэтому $I_0 = 0{,}4$ А. Для определения силы тока в цепи при параллельном соединении диода и стабилизатора нужно воспользоваться законами параллельного соединения: при каждом значении общего напряжения нужно просуммировать силы тока через эти элементы (характеристика С||Д на рисунке). Напряжению источника 6 В отвечает прямая, соединяющая точки $(3U_0,0)$ и $(0,3I_0)$. Можно найти силу тока графически, но в данном случае будет точнее заметить, что оба элемента находятся на краю начальных наклонных участков своих характеристик, то есть диод можно заменить на резистор с сопротивлением $\frac{2U_0}{I_0} = 2R = 10$ Ом, а стабилизатор – на резистор с сопротивлением $\frac{U_0}{2I_0} = \frac{R}{2} = 2{,}5$ Ом, и тогда полное сопротивление цепи из резистора и параллельно соединенных диода и стабилизатора $R + \frac{2R\cdot(R/2)}{2R + R/2} = \frac{7}{5}R = 7$ Ом. Значит, ток в цепи $I_6 = \dfrac{6}{7}\text{А} \approx 0{,}86\text{А}$. Для двух других значений напряжения источника сила тока легко определяется непосредственно из графика: $I_{10} = 3I_0 = 1{,}2$ А и $I_{12} = 4I_0 = 1{,}6$ А.

Ответ: $U_0 = 2$ В, $I_0 = 0{,}4$ А, $I_6 = \dfrac{6}{7}\text{А} \approx 0{,}86$ А, $I_{10} = 1{,}2$ А, $I_{12} = 1{,}6$ А.

Построена ВАХ С-Д (получены формулы для $I(U)$ через U_0 и I_0 для всех трех участков этой ВАХ при аналитическом решении) – по 1 баллу за каждый правильный участок	**3**
Правильно найдены U_0 и I_0 (числа)	**2+2=4**
Построена ВАХ С‖Д (получены формулы для $I(U)$ через U_0 и I_0 для всех трех участков этой ВАХ при аналитическом решении) – по 1 баллу за каждый правильный участок	**3**
Правильно найдено численное значение I_6	**2**
Правильно найдено численное значение I_{10}	**1**
Правильно найдено численное значение I_{12}	**2**
ВСЕГО	**15**

Задание 3:
Вопрос: Почему при температуре немного ниже нуля лепить снежки из снега проще, чем в сильный мороз?
Задача: В калориметр, в котором находился кипяток, добавляют ложками мокрый снег. После добавления 5 ложек и установления равновесия температура содержимого калориметра стала равна $t_5 = 68°\text{C}$, а после добавления 12 ложек и установления равновесия температура упала до $t_{12} = 40°\text{C}$. Каков процент содержания льда (по массе) в мокром снеге? Какая по счету ложка будет первой, растаявшей не полностью? Считайте, что все ложки одинаковые, калориметр не переполняется, удельная теплоемкость воды $c \approx 4{,}2$ Дж/(г·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 336$ Дж/г, теплоемкость калориметра пренебрежимо мала.

Ответ на вопрос: При увеличении давления температура плавления льда падает (можно вспомнить, как тает лед под коньком, обеспечивая лучшее скольжение). Поэтому при температуре немного ниже нуля сдавливания снега руками достаточно, чтобы внутри снежка часть ледяных кристаллов растаяла. Вода обеспечивает лучшее сцепление кристаллов между собой. Кроме того, при прекращении сдавливания эта вода, имеющая температуру ниже нуля, быстро замерзает обратно, и образовавшийся лед еще лучше скрепляет снежок. В сильный мороз снег остается сухим даже при сдавливании, и ледяные кристаллы не связываются друг с другом.

Указано, что при увеличении давления температура плавления льда понижается	**2**
Указано, что при температуре около нуля ледяные кристаллы внутри снежка будут плавиться	**3**
Указано, что после снятия давления вода замерзает обратно, «скрепляя» снежок	**2**
Указано, что в сильный мороз снег остается сухим даже при сдавливании	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: С самого начала ясно, что начальная температура кипятка $t_0 = 100°\text{C}$, а температура мокрого снега равна 0°С. Введем обозначения: M – начальная масса кипятка в калориметре, m – масса одной ложки мокрого снега, n – массовая доля льда в мокром снеге. Запишем уравнение теплового баланса для определения температуры t_5 после засыпания 5 ложек: $cM(t_0 - t_5) = 5cmt_5 + 5\lambda nm$, и аналогичное для t_{12}: $cM(t_0 - t_{12}) = 12cmt_{12} + 12\lambda nm$. Разделив эти два уравнения друг на друга, получаем уравнение на искомую величину n:

$$\frac{t_0 - t_5}{t_0 - t_{12}} = \frac{5}{12}\frac{t_5 + (\lambda/c)n}{t_{12} + (\lambda/c)n} \Rightarrow n = \frac{c}{\lambda}\frac{t_0(5t_5 - 12t_{12}) + 7t_5t_{12}}{7t_0 + 5t_{12} - 12t_5} = 0{,}75.$$

Таким образом, n = 75 %. Умножив первое уравнение на 12 и вычитая из полученного равенства второе, умноженное на 5, находим: $M = \dfrac{60(t_5 - t_{12})}{7t_0 + 5t_{12} - 12t_5}m = 20m$. Подставим полученные данные в уравнение теплового баланса для определения установившейся температуры после добавления k ложек:

$cM(t_0 - t_k) = 20cm(t_0 - t_k) = kcmt_k + 0{,}75k\lambda m \Rightarrow t_k = t_0 \dfrac{20 - k(3\lambda / 4ct_0)}{20 + k} = t_0 \dfrac{20 - 0{,}6k}{20 + k}$. Как видно, условие $t_k > 0$ приводит к $k < 33\frac{1}{3}$. Значит, первой ложкой, которая растает не полностью, будет 34-я.

Ответ: 75%, 34-я ложка.

Указано (используется в решении), что начальная температура кипятка $100°C$, а температура мокрого снега равна 0°C	**1+1=2**
Правильно записаны УТБ для добавления 5 и 12 ложек	**2+2=4**
Из этих уравнений правильно получен ответ *n* = 75 %	**3**
Правильно найдено соотношение масс воды в калориметре и массы ложки снега	**2**
Правильно найден номер ложки, растаявшей не полностью	**4**
ВСЕГО	**15**

Задание 4:

Вопрос: Солнечный свет состоит из разных цветов (то есть из излучений с разными длинами волн), но максимальная интенсивность отвечает желтой и зеленой части видимого спектра. Лучи какого цвета сильнее рассеиваются в чистом воздухе – желтого или синего? Ответ объясните, основываясь на общеизвестных фактах.

Задача: Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна мощности светового излучения, поступающего в его «входное окно». Этот датчик разместили на небольшом роботе и настроили так, что его окно все время направлено на небольшую лампу, установленную рядом с прямой трассой, по которой робот едет с постоянной скоростью $v = 3$м/с. В некоторый момент времени сила тока фотодатчика достигла максимального значения $I_m = 125$ мА, а 8 с спустя она уменьшилась до $I = 9{,}8$мА. На каком расстоянии от трассы установлена лампа? Воздух между лампой и фотодатчиком считать полностью прозрачным. Свет лампы идет равномерно во всех направлениях.

Ответ на вопрос: Важный для данного вопроса «общеизвестный» факт – то, что при чистом воздухе мы видим дневное небо сине-голубым. Ясно, что при взгляде «мимо» Солнца наши глаза все равно воспринимают солнечный свет, но рассеянный в чистом воздухе. Поскольку Солнце излучает больше желтого цвета, чем синего, а в рассеянном свете синего цвета больше, чем желтого, то ясно, что синие лучи сильнее рассеиваются в чистом воздухе, чем желтые.

В ответе есть ссылка на синий цвет чистого неба	**2**
Указано, что при чистом воздухе видимый цвет неба определяется рассеянными лучами	**3**
Обращено внимание на изменение соотношения желтого и синего цвета в процессе рассеяния	**2**
Сделан вывод, что синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: По мере удаления от лампы площадь поверхности сферы, по которой распределена энергия излучения, растет пропорционально квадрату ее радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r^2, и точно так же убывает сила тока фотодатчика. Ясно, что сила тока фотодатчика достигла максимального значения, когда робот был на минимальном расстоянии от лампы (а это и есть искомое расстояние a между трассой и лампой). За 8 с робот отъехал от точки наибольшего сближения с лампой на расстояние $x = vt$, а квадрат расстояния от него до лампы стал равен $\dfrac{I_0}{I}a^2$. Значит, по теореме Пифагора $v^2t^2 + a^2 = \dfrac{I_0}{I}a^2 \Rightarrow a = \dfrac{vt}{\sqrt{(I_0 / I) - 1}} = 7$м.

Ответ: $a = \dfrac{vt}{\sqrt{(I_0 / I) - 1}} = 7$м.

Указано (используется в решении), что мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r^2	**3**
Указано (используется в решении), что точно так же убывает сила тока фотодатчика	**2**
Записано правильное уравнение, связывающее отношение сил тока и изменение расстояния (квадрата расстояния)	**2**

Записано уравнение, эквивалентное $v^2t^2+a^2=\frac{I_0}{I}a^2$	**3**
Получен правильный аналитический ответ для расстояния	**3**
Получен правильный численный ответ для расстояния	**2**
ВСЕГО	**15**