ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2022 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
БИЛЕТ № 06 (7-8 классы): возможные решения и критерии

Задание 1:
Вопрос: Робот проезжает трассу, имеющую форму равностороннего треугольника с разными покрытиями на сторонах. Первую сторону он проезжает со скоростью 3,8 м/с, вторую – в полтора раза быстрее, третью – в полтора раза медленнее, чем первую. Найдите среднюю скорость движения робота по трассе.
Задача: Три школьника бегают по кругу легкоатлетического стадиона. Самый медленный из них (далее – «первый») обычно пробегает круг за время $t_1 = 120$ с. Однажды он и второй школьник одновременно побежали по кругу в разные стороны от линии старта, причем первый побежал со своей «обычной» постоянной скоростью, а скорость второго была на 50% выше. Подождав $t = 16$с, от той же линии по кругу побежал и третий школьник с некоторой постоянной скоростью. Известно, что все три школьника встретились одновременно, причем каждый из них пробежал до встречи менее одного круга. На сколько процентов скорость третьего школьника может отличаться от скорости второго?

Ответ на вопрос: Путь робота на трассе $s = 3L$, где L – сторона треугольника. Потраченное им время $t = \dfrac{L}{v} + \dfrac{2L}{3v} + \dfrac{3L}{2v} = \dfrac{19L}{6v}$ (v – скорость движения по первой стороне). Следовательно, средняя скорость $v_{cp} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{18}{19}v = 3{,}6$ м/с.

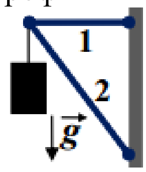
Записано (используется в расчетах) связь полного пути и длины одной стороны	**2**
Записано выражение для полного времени движения	**2**
Полное время выражено через длину одной стороны и скорость движения по первой стороне	**2**
Получен правильный ответ для v_{cp} (достаточно числа)	**4**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Пусть v_1 – «обычная» скорость первого школьника. Тогда длина круга на стадионе $L = v_1 t_1$. Время от момента старта первого и второго школьников до их встречи на первом круге $T = \dfrac{L}{v_1 + v_2} = \dfrac{v_1 t_1}{2{,}5 v_1} = \dfrac{2t_1}{5}$ (здесь учтено, что по условию скорость второго школьника $v_2 = 1{,}5 v_1$). Третий школьник мог побежать как вслед за первым школьником, так и вслед за вторым. Поэтому у нас возникает два варианта решения. В первом случае $v_3(T - t) = v_1 T$, и тогда $\dfrac{v_3}{v_1} = \dfrac{2t_1}{2t_1 - 5t} = 1{,}5$. Значит, $\dfrac{v_3}{v_2} = \dfrac{4t_1}{3(2t_1 - 5t)} = 1$ – скорости второго и третьего школьника не отличаются (отличие 0%). Во втором случае $v_3(T - t) = v_2 T$, и теперь $\dfrac{v_3}{v_2} = \dfrac{2t_1}{2t_1 - 5t} = 1{,}5$ (скорость третьего школьника на 50% больше скорости второго).
Ответ: 0% или на 50% больше.

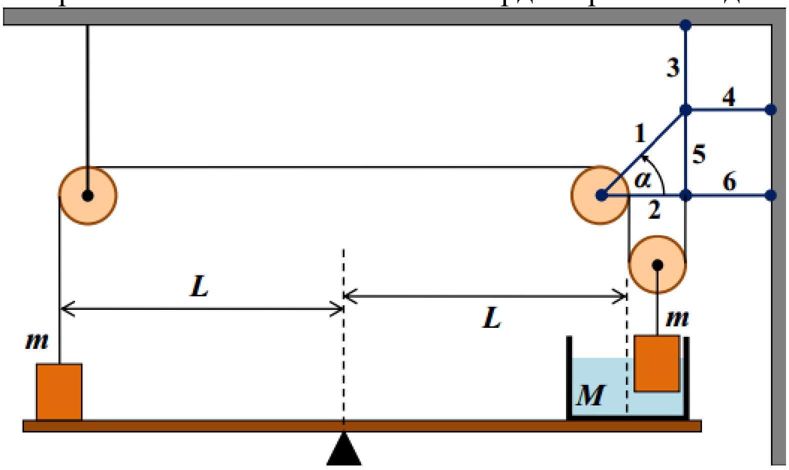
Есть связь длины круга с t_1	**1**
Записано выражение для времени встречи 1 и 2 школьников $T = \dfrac{L}{v_1 + v_2}$	**1**
Получено правильное выражение для времени встречи (эквивалентное $T = \dfrac{2t_1}{5}$)	**3**
Отмечено, что существуют два варианта выбора направления движения третьего школьника	**2**
Записаны правильные уравнения для v_3 в обоих случаях	**2×2=4**
Получены правильные ответы (0% и 50%) для обоих случаев	**2×2=4**
ВСЕГО	**15**

Задание 2:

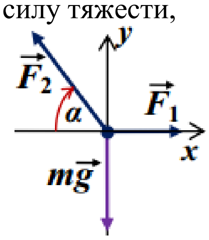
Вопрос: Из двух легких жестких стержней, соединенных легкими шарнирами друг с другом и с вертикальной стенкой, собрали кронштейн для подвески массивного груза (см. рисунок) на невесомой нити. Стержни изготовлены из одного материала, имеют одинаковый профиль и поперечные размеры, при этом длина стержня 1 в недеформированном состоянии равна 60 см, а длина недеформированного стержня 2 – 1 м. В состоянии равновесия стержень 1 горизонтален, и величина его продольной деформации равна 0,9 мм. Найдите величину продольной деформации стержня 2 в состоянии равновесия.



Задача: В системе, изображенной на рисунке, использованы кронштейн из 6 легких жестких стержней, соединенных легкими шарнирами друг с другом, с вертикальной стенкой и горизонтальным потолком, три легких цилиндрических блока, вращающиеся без трения, невесомая нерастяжимая нить и легкий твердый рычаг. Один конец нити прикреплен к грузу массой $m = 700$г, а другой прикреплен к одному из шарниров кронштейна. Еще один такой же груз подвешен к оси подвижного блока и частично опущен в сосуд с водой, масса которого $M = 300$г. Первый груз и сосуд с водой покоятся на рычаге, причем расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры этого груза и сосуда равны. Все тела находятся в равновесии, причем стержни кронштейна 2, 4 и 6 горизонтальны, 3 и 5 – вертикальны, а 1 составляет угол $\alpha = 45°$ с горизонтом. Величина деформации стержня 1 равна 0,7 мм. Найдите силу натяжения нити и величину деформации стержня 3, длина которого равна длине стержня 2. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.



Ответ на вопрос: Прежде всего заметим, что каждый из стержней находится в равновесии под действием двух сил, действующих на него со стороны соседних шарниров (силу тяжести для «невесомого» стержня считаем равной нулю). Сумма этих сил равна нулю, поэтому силы реакций двух шарниров всегда направлены в противоположные стороны и равны по величине. Если бы линии их действия не совпадали, то такая пара сил создавала бы ненулевой момент, чего не может быть в состоянии равновесия. Поэтому эти силы направлены вдоль одной прямой, и, поскольку они приложены к разным концам стержня, то они обязательно направлены вдоль стержня. Ясно, что так же направлены и силы упругости каждого стержня, действующие на соседние с ним шарниры. Рассмотрим равновесие шарнира, соединяющего стержни между собой (к нему же подвешен груз). Он находится в равновесии, и сумма приложенных к нему сил (силы упругости шарниров и силы тяжести груза, переданной через нить подвеса) равна нулю. Горизонтальные проекции сил упругости стержней должны уравновесить друг друга, и поэтому один из них должен быть растянут, а другой сжат. При этом сумма их вертикальных проекций должна уравновесить силу тяжести, так что стержень 1 растянут, а стержень 2 сжат. Записывая условие равновесия сил в проекции на горизонтальную ось x (см. рисунок) $F_1 = F_2\cos(\alpha)$, находим, что



$\dfrac{F_2}{F_1} = \cos^{-1}(\alpha) = \dfrac{L_2}{L_1}$. С учетом закона Гука отношение величин деформаций стержней

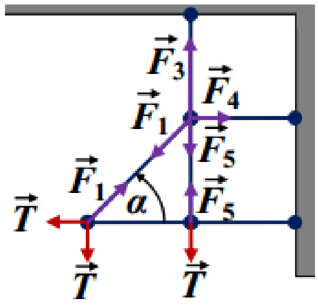
$\dfrac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \dfrac{F_2}{F_1}\dfrac{k_1}{k_2}$. С другой стороны, отношение коэффициентов жесткости стержней при одинаковом материале и одинаковых поперечных размерах обратно пропорциональны их длинам, так что $\Delta L_2 = \left(\dfrac{L_2}{L_1}\right)^2 \Delta L_1 = 2{,}5$ мм.

Обосновано, что силы упругости стержней в стоянии равновесия направлены них	**1**
Есть рисунок с указанием сил, действующих на шарнир, соединяющий стержни	**1**
Записано уравнение, эквивалентное $F_1 = F_2\cos(\alpha)$	**2**
Используется закон Гука для стержней	**1**

Указано (используется в решении), что коэффициенты жесткости обратно пропорциональны длинам стержней	**2**
Получен правильный ответ для ΔL_2 (достаточно числа)	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Сила, действующая на левую сторону рычага со стороны груза, равна по величине силе, действующей на этот груз со стороны рычага, и ее можно найти из условия равновесия груза: $= mg - T$, где T – сила натяжения нити. Аналогично находим величину силы, действующей на правую сторону рычага со стороны дна сосуда (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом): $N_2 = (M+m)g - 2T$. Условие равновесия рычага $L_1 N_1 = L_2 N_2 \Rightarrow N_1 = N_2$ позволяет нам найти силу натяжения нити: $T = Mg \approx 3$ Н.

На кронштейн действуют три силы, равные этой силе: горизонтальная и вертикальная – приложены к шарниру А, соединяющему стержни 1 и 2, и вертикальная – приложена к шарниру Б, соединяющему стержни 2, 5 и 6 (на рисунке показаны силы, действующие на эти шарниры, а также на шарнир В, соединяющий стержни 1, 3, 4 и 5). Так как результирующая сила, действующая на шарнир А со стороны блока, направлена точно вдоль стержня 1, то именно его сила упругости $F_1 = \sqrt{2}T$ уравновесит эту силу, а стержень 2 останется недеформирован. Аналогично сила упругости стержня 5 уравновесит силу натяжения нити, приложенную к шарниру Б: $F_5 = T$. Тогда из условия равновесия шарнира В в проекции на вертикальную ось находим, что $F_3 = 2T$. Итак, $F_3 = \sqrt{2}F_1$, а отношение коэффициентов жесткости стержней 3 и 1 обратно пропорционально отношению их длин, то есть $k_3 = \sqrt{2}k_1$. Следовательно, $\Delta L_3 = \Delta L_1 = 0{,}7$ мм.



Ответ: $T = Mg \approx 4$ Н и $\Delta L_3 = \Delta L_1 = 0{,}7$ мм.

Записаны правильные выражение для сил, действующих на рычаг (N_1 и N_2)	**2×2=4**
Правильно записано условие равновесия рычага	**1**
Получен правильный ответ для силы натяжения нити (формула + число)	**2+1=3**
Есть рисунок (рисунки) с указанием сил, действующих на нужные шарниры кронштейна	**1**
Найдено, что сила упругости первого стержня $F_1 = \sqrt{2}T$	**2**
Найдено, что сила упругости третьего стержня $F_3 = 2T$	**2**
Получен правильный ответ для величины деформации третьего стержня (достаточно числа)	**2**
ВСЕГО	**15**

Задание 3:

Вопрос: Как производится измерение температуры? Опишите шкалу температур Цельсия.

Задача: В калориметр, в котором находился кипяток, добавляют ложками мокрый снег (то есть смесь ледяных кристаллов и жидкой воды в равновесии). После добавления 15 ложек и установления равновесия температура содержимого калориметра стала равна $t_{15} = 28°\text{C}$, а после добавления 25 ложек и установления равновесия температура упала до $t_{25} = 12°\text{C}$. Каков процент содержания льда (по массе) в мокром снеге? Какая по счету ложка будет первой, растаявшей не полностью? Считайте, что все ложки одинаковые, калориметр не переполняется, удельная теплоемкость воды $c \approx 4{,}2$ Дж/(г·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 336$ Дж/г, теплоемкость калориметра пренебрежимо мала.

Ответ на вопрос: Для измерения температуры тела оно приводится в тепловое равновесие с термометром – стандартным телом с индикацией температуры, проградуированной в соответствии с некоторой температурной шкалой. Для градуировки термометра по шкале Цельсия используются две «реперные» точки: температура плавления льда при нормальном атмосферном давлении принимается за 0°С, а температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении принимается за 100°С. Между этими точками шкала разделяется на градусы равномерно, и от них в обе стороны распространяется с таким же шагом.

Указано, что в стандартной процедуре измерения используется приведение изучаемого тела в равновесие с термометром	**3**
Указано, что реперной точкой шкалы Цельсия (0°С) является температура плавления льда при нормальном атмосферном давлении	**3**
Указано, что реперной точкой шкалы Цельсия (100°С) является температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении	**3**

Указано, что от этих точек шкала для данного термометра распространяется равномерно	**1**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: С самого начала ясно, что начальная температура кипятка $t_0 = 100°С$, а температура мокрого снега равна 0°С. Введем обозначения: M – начальная масса кипятка в калориметре, m – масса одной ложки мокрого снега, n – массовая доля льда в мокром снеге. Запишем уравнение теплового баланса для определения температуры t_{15} после засыпания 15 ложек: $cM(t_0 - t_{15}) = 15cmt_{15} + 15\lambda nm$, и аналогичное для t_{25}: $cM(t_0 - t_{25}) = 25cmt_{25} + 25\lambda nm$. Разделив эти два уравнения друг на друга, получаем уравнение на искомую величину n:

$$\frac{t_0 - t_{15}}{t_0 - t_{25}} = \frac{3}{5}\frac{t_{15} + (\lambda / c)n}{t_{25} + (\lambda / c)n} \Rightarrow n = \frac{c}{\lambda}\frac{t_0(3t_{15} - 5t_{25}) + 2t_{15}t_{25}}{2t_0 + 3t_{25} - 5t_{15}} = 0{,}4.$$

Таким образом, n = 40 %. Умножив первое уравнение на 5 и вычитая из полученного равенства второе, умноженное на 3, находим: $M = \dfrac{75(t_{15} - t_{25})}{2t_0 + 3t_{25} - 5t_{15}}m = 12{,}5m$. Подставим полученные данные в уравнение теплового баланса для определения установившейся температуры после добавления k ложек: $cM(t_0 - t_k) = 12{,}5cm(t_0 - t_k) = kcmt_k + 0{,}4k\lambda m \Rightarrow t_k = t_0\dfrac{12{,}5 - 0{,}4k(\lambda / ct_0)}{12{,}5 + k} = t_0\dfrac{12{,}5 - 0{,}32k}{12{,}5 + k}$. Как видно, условие $t_k > 0$ приводит к $k < 39{,}0625$. Значит, первой ложкой, которая растает не полностью, будет 40-я.

Ответ: 40%, 40-я ложка.

Указано (используется в решении), что начальная температура кипятка $100°С$, а температура мокрого снега равна 0°С	**1+1=2**
Правильно записаны УТБ для добавления 15 и 25 ложек	**2+2=4**
Из этих уравнений правильно получен ответ n = 40 %	**3**
Правильно найдено соотношение масс воды в калориметре и массы ложки снега	**2**
Правильно найден номер ложки, растаявшей не полностью	**4**
ВСЕГО	**15**

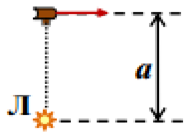
Задание 4:

Вопрос: Световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны λ*. В таблице ниже приведена связь между длиной волны в нанометрах (1 нм = 10^{-9}м) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	440-485 нм	380-440 нм

«Белый свет» - это равномерная смесь всех этих цветов – в нем на одинаковые интервалы значений $\Delta\lambda$ приходятся одинаковые доли от общей мощности пучка. Допустим, что узкий пучок белого света направляется на пару стеклянных пластин так, что проходит через первую и отражается от второй. Известно, что эти пластины полностью отражают красный и оранжевый свет, для желтого, зеленого и голубого цветов – отражают 70% и пропускают 30% мощности, а для синего и фиолетового – отражают 30% и пропускают 70%. Найдите (в процентах от начальной) долю мощности пучка на выходе.

Задача: Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна мощности светового излучения, поступающего в его «входное окно». Этот датчик разместили на небольшом роботе. Изначально робот находился на расстоянии $a = 2$м от маленькой лампы, излучающей свет одинаково во всех направлениях. Окно фотодатчика поворачивается так, что оно все время направлено прямо на эту лампу, и при этом сила тока датчика равнялась



$I_0 = 53$ мА. Робот поехал вдоль прямой, перпендикулярной к направлению на лампу, и через $t = 2$с ток фотодатчика оказался равен $I = 4$мА. Найдите среднюю скорость движения робота за это время. Воздух между лампой и фотодатчиком считать полностью прозрачным.

Ответ на вопрос: Так как в белом свете доля мощности, приходящаяся на каждый диапазон длин волн, пропорциональна ширине этого диапазона, то на долю желтого, зеленого и голубого цветов приходится $\dfrac{590\text{нм} - 485\text{нм}}{740\text{нм} - 380\text{нм}} = \dfrac{105}{360} = \dfrac{7}{24}$ от начальной мощности пучка, и на долю синего и фиолетового – такая же доля, так как $\frac{485\text{нм}-380\text{нм}}{740\text{нм}-380\text{нм}}=\frac{7}{24}$. Красный и оранжевый цвета не дают вклада в мощность на выходе, так как полностью отражаются уже на первой пластине. После прохождения через одну пластину и отражения от другой от желто-зелено-голубой части излучения останется 0,7·0,3=0,21 ее начальной мощности, а от сине-фиолетовой 0,3·0,7=0,21. Итак, мощность пучка на выходе составляет от начальной мощности долю, равную $\frac{7}{24}\cdot(0{,}21+0{,}21)=\frac{49}{400}$, то есть 12,25%.

Указано (используется в решении), что свете доля мощности, приходящаяся на каждый диапазон длин волн, пропорциональна ширине этого диапазона	**2**
Указано (используется в решении), что красный и оранжевый цвета не дают вклада в мощность на выходе	**1**
Правильно найдена доля начальной мощности, приходящаяся на оба оставшихся диапазона	**1+1=2**
Указано (используется в решении), что для каждого диапазона доля выходной мощности определяется произведением коэффициентов пропускания и прохождения	**2**
Получен правильный ответ	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: По мере удаления от лампы площадь поверхности сферы, по которой распределена энергия излучения, растет пропорционально квадрату ее радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r^2, и точно так же убывает сила тока фотодатчика. Значит, за 4 с квадрат расстояния от лампы до робота увеличился в $\frac{I_0}{I}=13{,}25$ раза. Так как робот проехал вдоль прямой, перпендикулярной к начальному направлению на лампу, расстояние $x=vt$, то по теореме Пифагора $v^2t^2+a^2=\frac{I_0}{I}a^2 \Rightarrow v=\frac{a}{t}\sqrt{\frac{I_0}{I}-1}=3{,}5$ м/с.

Ответ: $v=\frac{a}{t}\sqrt{\frac{I_0}{I}-1}=3{,}5$ м/с.

Указано (используется в решении), что мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r^2	**3**
Указано (используется в решении), что точно так же убывает сила тока фотодатчика	**2**
Записано правильное уравнение, связывающее отношение сил тока и изменение расстояния (квадрата расстояния)	**2**
Записано уравнение, эквивалентное $v^2t^2+a^2=\frac{I_0}{I}a^2$	**3**
Получен правильный аналитический ответ для скорости	**3**
Получен правильный численный ответ для скорости	**2**
ВСЕГО	**15**